УДК 658.012

Т. И. КАТКОВА, канд. пед. наук, доцент, БУМиБ, Бердянск

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ ВЫБОРА СТРАТЕГИЧЕСКИХ НАПРАВЛЕНИЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ

Проведен анализ традиционных приемов скаляризации векторного критерия качества объекта: средневзвешенное значений составляющих вектора частных характеристик объекта и близость к объекту-«идеалу». Показано, что эти скалярные критерии не эквивалентны. Рассмотрена задача оценки чувствительности значений этих скалярных критериев к ошибкам в оценке важности частных характеристик.

Ключевые слова: стратегические направления, математические модели, выбор предпочтений, скаляризация векторного критерия.

Введение. Задачи выбора стратегических направлений деятельности и зон хозяйствования принадлежит к классу задач принятия решения в много-альтернативной ситуации. Трудности решения этой задачи существенно возрастают в связи с тем, что принимаемое решение должно быть приемлемым по многим, часто противоречивым, критериям. Эти критерии обычно формулируют как факторы, которые могут быть количественно оценены и в совокупности использованы для результирующей оценки уровня перспективности, целесообразности, полезности, эффективности при выборе стратегических направлений деятельности. К числу таких факторов можно отнести:

- уровень соответствия планируемой деятельности важнейшим современным тенденциям развития экономики, техники, права и т.п.;
- уровень заполненности «ниши»;
- уровень соответствия планируемой к выпуску продукции европейским (мировым) стандартам;
- уровень прогнозируемой прибыли;
- возможность использования эффективной ценовой конкурентной политики при реализации планируемой к выпуску продукции;
- предполагаемая продолжительность жизненного цикла планируемой к выпуску продукции;
- степень обеспеченности производства планируемой продукции (наличие сырьевых, технологических ресурсов, рабочей силы, уровень профессионализма руководящего персонала, эффективность и качество структуры системы управления и т.п.);
- степень обеспеченности финансовым ресурсами (наличие собственного капитала, возможность привлечения дополнительных источников финансирования выпуска планируемой продукции);

- уровень неопределенности рыночной ситуации, соответствующей выбираемым стратегическим направлениям деятельности.

Число факторов, влияющих на выбор стратегического направления деятельности, можно без труда увеличить. Важным является то обстоятельство, что необходимость учета этих факторов при принятии решения делает задачу выбора многокритериальной.

На практике используются несколько стандартных приемов скаляризации векторного критерия. Однако, недостаточно изученным является вопрос о том, какой из них более предпочтителен в задаче выбора стратегического направления деятельности предприятия. Сформулируем соответствующую задачу.

Постановка задачи. Задача выбора предпочтений для сравниваемых объектов (или действий, стратегий) – традиционная задача человеческой практики. Желание сделать выбор возможно более обоснованным приводит к необходимости ввода и рассмотрения каких-либо характеристик, факторов, параметров объектов, которые можно было бы измерить или оценить количественно. При этом, если объект характеризуется значениями m параметров (например, $F_1, F_2, \ldots, F_m$), то задача выбора сводится к отысканию и использованию какого-либо обоснованного правила, в соответствии с которым можно было бы сравнить вектор $(F_{i1}, F_{i2}, \ldots, F_{im})$ параметров i-го объекта и вектор $(F_{k1}, F_{k2}, \ldots, F_{km})$ параметров k-го объекта. Это правило должно быть реализовано в виде некоторой формальной процедуры, применение которой позволило бы сделать однозначный выбор в пользу одного или другого объекта.

Понятно, что трудности решения проблемы предпочтения одного варианта действий перед другим возникают в связи с тем, что выбор наилучшего варианта не может быть сделан с учетом только одного, даже очень важного показателя, например, по величине прибыли. Необходимость учета всех экономических показателей приводит к векторности критерия. Известные технологии решения задач выбора с векторным критерием состоят в следующем.

Прежде всего делается попытка реализовать Парето-отсеивание неконкурентоспособных вариантов. В связи с этим вводится понятие мажорирования. Будем считать, что объект A мажорирует сравниваемый с ним объект B, если все экономические показатели объекта A не хуже соответствующих показателей объекта B, и имеется по меньшей мере один показатель, по которому объект A лучше, чем объект B.

В результате применения этой процедуры число конкурирующих вариантов уменьшается, но, как правило, не слишком существенно. Поэтому дальнейшая процедура ранжирования сравниваемых объектов использует те или иные способы скаляризации векторного показателя. Опишем и сравним их.

Основные результаты. На практике применяют следующие основные подходы к решению задачи скаляризации [1–4].

1) Формирование и расчет средневзвешенного показателя.
2) Формирование объекта-идеала и расчет «расстояния» от оцениваемого объекта до этого объекта-идеала.

Для реализации этих подходов необходимо предварительно решить подзадачу ранжирования показателей по степени их важности и расчета весовых коэффициентов, учитывающих различия в важности этих показателей.

Решение задачи ранжирования показателей обычно основывается на результатах обработки данных, получаемых при экспертном оценивании уровня значимости отдельных показателей. Общеизвестны трудности, возникающие перед экспертами в связи с необходимостью приписать каждой характеристике объекта выбора конкретное число, определяющее соответствующий весовой коэффициент. Реально эти трудности приводят к большому разбросу значений этих коэффициентов, что объективно отражает плохую, как правило, согласованность мнений экспертов. Один из возможных естественных путей решения задачи ранжирования состоит в следующем.

Каждому из экспертов предъявляется список показателей. Задача эксперта состоит в оценивании ранга каждого из показателей путем формирования последовательности показателей, упорядоченных по убыванию степени их важности. При этом каждый из экспертов, если он считает нужным, может добавить в этот список какие-то показатели, оказывающие существенное, по его мнению, влияние на уровень перспективности направления, или исключить какие-то из имеющихся. Результаты ранжирования сводятся в матрицу $A=\left(a_{ij}\right)$, $i=1,2,\ldots,m;\quad j=1,2,\ldots,n$, в которой a_{ij} – ранг, присвоенный i-му показателю j-м экспертом.

Статистическая обработка результатов опроса экспертов состоит в обоснованном оценивании ранга каждого показателя, объективно отображающего коллективное мнение экспертов. Эта задача для конкретного показателя i может быть решена путем отыскания такого компромиссного значения, которое будет минимизировать сумму квадратов его отклонений от рангов, присвоенных этому показателю экспертами. Введем оптимизируемый функционал для i-го показателя

$$J_i=\sum_{j=1}^{n}\left(r_i-a_{ij}\right)^2\Rightarrow\min_{r_i},\quad i=1,2,\ldots,m, \tag{1}$$

где r_i –искомая компромиссная оценка для i-го показателя. Минимум (1) найдем непосредственно, дифференцируя (1) по r_i, $i=1,2,\ldots,m$.

$$\frac{dJ_i}{dr_i} = 2\sum_{j=1}^{n}(r_i - a_{ij}) = 2\left(nr_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\right) = 0\ ,$$

откуда

$$r_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}, \quad i = 1,2,\ldots,m. \tag{2}$$

Нетрудно видеть, что наилучшая в смысле наименьших квадратов компромиссная оценка для каждого показателя есть обычное среднее арифметическое рангов, присвоенных этому показателю экспертами.

Рассмотрим теперь дисперсии экспертных оценок для каждого показателя, характеризующие разброс этих оценок относительно средних:

$$D_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(a_{ij} - r_i\right)^2, \quad i = 1,2,\ldots,m. \tag{3}$$

Ранжируем показатели в порядке убывания их среднего ранга. Пусть при этом показатели расположатся в последовательности $L = (l_1, l_2, \ldots, l_m)$, где l_k – номер показателя, стоящего на k -м месте в полученной последовательности L .

Теперь необходимо оценить степень согласованности мнений экспертов. В качестве меры согласованности может быть использована средняя дисперсия оценок рангов показателей, вычисляемая по формуле

$$D_{\text{ñð}} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} D_i\ .$$

Ясно, что $D_{\text{ср}} = 0$, в том случае, если оценки рангов всех экспертов по каждому показателю совпадают (т.е. $a_{ij} \equiv r_i, \quad j = 1,2,\ldots,n$). С другой стороны, максимальная средняя дисперсия будет получена при максимальной несогласованности рангов, присвоенных экспертами, которая будет реализована, если $n = m$ и каждый из показателей получит по совокупности мнений экспертов все возможные номера. При этом

$$D_{\max} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(j - \frac{n+1}{2}\right)^2 = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left[j^2 - j(n+1) + \frac{(n+1)^2}{4}\right] =$$

$$= \frac{1}{n}\left[\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{n(n+1)^2}{2} + \frac{n(n+1)^2}{4}\right] = \frac{n^2-1}{12}.$$

Другой показатель меры согласованности–коэффициент конкордации вычисляется по формуле [5]: $w = \frac{12}{n(m^2-1)m^2} \sum_{i=1}^{m} \left[\frac{n(m+1)}{2} - \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \right]^2$.

Полученная ранжированная последовательность показателей может быть использована для расчета весовых коэффициентов, характеризующих важность показателей. Простейшая методика состоит в том, чтобы присвоить показателю вес в соответствии с его местом в ранжированной последовательности. При этом наибольший вес должен иметь показатель, имеющий минимальный ранг, равный 1, а наименьший – показатель, имеющий максимальный ранг, равный m. Поскольку ранг показателя, стоящего на k-м месте от начала в последовательности L равен $m+1-k$, то его весовой коэффициент α_k может быть рассчитан по формуле

$$\alpha_k = \frac{m+1-k}{\sum_{k=1}^{m}(m+1-k)} = 2\frac{m+1-k}{m(m+1)}. \tag{4}$$

При этом сумма α_k, $k = 1,2,\ldots,m$, будет равна 1, а численное значение α_k будет тем большим, чем выше место показателя в ранжированной последовательности. Несмотря на простоту и многократное применение этой методики, целесообразность её использования вызывает серьезные сомнения.

Дело в том, что два или даже несколько каких-либо показателей, имеющих разные номера в последовательности L, могут практически не отличаться по важности с точки зрения их влияния на перспективность направления и, следовательно, должны иметь одинаковый вес. С другой стороны, может оказаться, что два рядом стоящих показателя из последовательности L будут отличаться по важности друг от друга гораздо более существенно, нежели это следует из формулы (4). Иными словами, полученная в результате обработки опроса экспертов информация о среднем ранге r_i показателя должна использоваться не только для упорядочивания показателей, но и более конструктивно - для расчета весовых коэффициентов.

С целью оценки весов показателей сначала для каждой пары соседних показателей (l_k, l_{k+1}) в последовательности L проведем проверку статистической гипотезы о различии их средних рангов r_{l_K} и $r_{l_{K+1}}$. Для этого используем стандартную процедуру проверки гипотезы H_0 о равенстве средних двух выборок $B_{l_K} = (a_{l_K,1}; a_{l_K,2}; \ldots; a_{l_K,n})$ и $B_{l_{K+1}} = (a_{l_{K+1},1}; a_{l_{K+1},2}; \ldots; a_{l_{K+1},n})$. Здесь выборка B_{l_K} соответствует набору рангов, присвоенных экспертами l_k-му показателю, а $B_{l_{K+1}}$ – набору рангов для l_{k+1}-го показателя. Будем считать, что выборка B_{l_K} извлечена из генеральной совокупности случайных величин, распределенных нормально с математическим ожиданием r_{l_K} и дисперсией D_{l_K}, а выборке $B_{l_{K+1}}$ соответствует нормальное распределение с параметрами $\left(r_{l_{K+1}}, D_{l_{K+1}}\right)$. Такая гипотеза при хорошей согласованности рангов (высокой квалификации экспертов) вполне допустима.

Формируем критерий [6]:

$$t_k = \frac{r_{l_k} - r_{l_{k+1}}}{\sqrt{\dfrac{D_{l_k}}{n} + \dfrac{D_{l_{k+1}}}{n}}},\ k = 1,2,\ldots,m.$$

Критерий t_k – нормально распределенная случайная величина, математическое ожидание которой равно нулю (если верна гипотеза H_0), а дисперсия равна единице.

Вычисленные значения t_k сравниваем с критическим значением $t_{\text{кр}}$, взятым из таблицы функции Лапласа $\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{z^2}{2}} dz$ для заданного уровня значимости $\alpha = 0.1$ в соответствии с равенством $\Phi(t_{\text{кр}}) = \frac{1-2\alpha}{2} = 0.4.$

Если при этом $t_k \geq t_{\text{кр}}$, то различие между средними для наборов B_{l_K} и $B_{l_{K+1}}$ значимо. Тогда показателям l_k и l_{k+1} присваиваются веса соответственно $v_{l_K} = m + 1 - r_{l_K}$ и $v_{l_{K+1}} = m + 1 - r_{l_{K+1}}$. Если же для некоторого k имеет место неравенство $t_k < t_{\text{кр}}$, то различие незначимо. В этом случае обоим показателям присваивается одинаковый вес $v_{l_K} = v_{l_{K+1}} = m + 1 - \frac{r_{l_K} + r_{l_{K+1}}}{2}$.

В результате реализации описанной процедуры набору показателей $(l_1, l_2, \ldots, l_k, \ldots, l_m)$ ставится в соответствие набор весовых коэффициентов $\left(v_{l_1}, v_{l_2}, \ldots, v_{l_k}, \ldots, v_{l_m}\right)$.

Показатели, используемые для оценки перспективности направлений, различаются по смыслу, отображают разные экономические характеристики этих объектов. Соответствующие их количественные значения имеют разную размерность и могут принимать значения, существенно отличающиеся по величине. С целью обеспечения возможности их сравнения и последующего использования при формировании обобщенного показателя необходимо выполнить их нормировку.

Стандартно применяемый способ нормировки показателей состоит в пересчете их значений по формуле

$$z_{ij} = \frac{r_{ij} - r_{i\max}}{r_{i\max} - r_{i\min}}, \tag{5}$$

где r_{ij} – значение i-го показателя для j-го объекта, $i = 1,2,\ldots,m,\quad j = 1,2,\ r_{i\max} = \max\{r_{i1}, r_{i2}\}$, $r_{i\min} = \min\{r_{i1}, r_{i2}\}$.

Ясно, что расчет по формуле (5), приводит численные значения нормированных показателей z_{ij} к интервалу $[0,1]$, причем по крайней мере для двух объектов нормированные значения находятся на границах этого интервала.

Во многих случаях более удобной является нормировка, переводящая значения a_{ij} в интервал $[-1,1]$. При этом используется формула

$$z_{ij} = \frac{2r_{ij} - (r_{i\max} + r_{i\min})}{r_{i\max} - r_{i\min}},\ i = 1,2,\ldots,m;\ \ j = 1,2\ . \tag{6}$$

Еще один часто используемый вариант нормировки выполняется в соответствии с выражением

$$z_{ij} = \frac{a_{ij} - r_i}{3\sigma_i},\quad i = 1,2,\ldots,m;\quad j = 1,2, \tag{7}$$

где r_i и σ_i вычисляется в соответствии с (2) и (3).

При использовании (7) нормированные значения с вероятностью близкой к единице лежат в интервале $[-1,1]$, причем границы интервала не обязательно достигаются.

Пусть используется нормировка в соответствии с формулой (5). В результате её проведения двум сравниваемым объектам поставим в соответствие две точки $z_1 = (z_{i1}), z_2 = (z_{i2})$ в m-мерном факторном пространстве Φ_m .

Множество E показателей разобьем на два подмножества:

E_+ – подмножество показателей, для которых увеличение их численного значения соответствует увеличению перспективности направления,

E_- – подмножество показателей, для которых, напротив, уменьшение численного значения соответствует увеличению перспективности направления.

Теперь можно рассчитать средневзвешенное значение степени целесообразности использования каждой из двух конкурирующих стратегий по формуле

$$S_j^{(1)} = \sum_{i \in E_+} v_i z_{ij} - \sum_{i \in E_-} v_i z_{ij},\quad j = 1,2. \tag{8}$$

Для расчета обобщенного показателя часто используют соотношение, аналогичное предыдущему, но представляющее собой не аддитивную, а мультипликативную свертку

$$S_j^{(2)} = \frac{\sum_{i\in E_+} v_i z_{ij}}{\sum_{i\in E_-} v_i z_{ij}}, \quad j = 1,2. \tag{9}$$

Ясно, что уровень целесообразности выбора стратегического направления тем выше, чем больше численное значение $S_j^{(1)}$ или $S_j^{(2)}$.

Заметим, однако, что сравнение объектов по обобщенным показателям $S_j^{(1)}$ и $S_j^{(2)}$ не эквивалентно, как это принято считать. В самом деле, пусть, например, объект 1 лучше объекта 2 по показателю $S_j^{(1)}$. При этом $S_1^{(1)} > S_2^{(1)}$ или

$$\sum_{i\in E_+} v_i z_{i1} - \sum_{i\in E_-} v_i z_{i1} > \sum_{i\in E_+} v_i z_{i2} - \sum_{i\in E_-} v_i z_{i2} .$$

Это неравенство, очевидно, равносильно следующему

$$\frac{1}{\sum_{i\in E_-} v_i z_{i1}}\left[\sum_{i\in E_+} v_i z_{i1} - \sum_{i\in E_-} v_i z_{i1}\right] > \frac{1}{\sum_{i\in E_-} v_i z_{i1}}\left[\sum_{i\in E_+} v_i z_{i2} - \sum_{i\in E_-} v_i z_{i2}\right]\frac{\sum_{i\in E_-} v_i z_{i2}}{\sum_{i\in E_-} v_i z_{i2}} =$$

$$= \frac{1}{\sum_{i\in E_-} v_i z_{i2}}\left[\sum_{i\in E_+} v_i z_{i2} - \sum_{i\in E_-} v_i z_{i2}\right]\frac{\sum_{i\in E_-} v_i z_{i2}}{\sum_{i\in E_-} v_i z_{i1}} ,$$

откуда

$$S_1^{(2)} - 1 > \left(S_2^{(2)} - 1\right)\frac{\sum_{i\in E_-} v_i z_{i2}}{\sum_{i\in E_-} v_i z_{i1}} .$$

Легко видеть, что из последнего неравенства следует, что $S_1^{(2)} > S_2^{(2)}$ только в том случае, когда $\sum_{i\in E_-} v_i z_{i2} > \sum_{i\in E_-} v_i z_{i1}$, что выполняется не обязательно.

Принципиально другой подход к скаляризации векторного показателя используется при формировании, так называемого, объекта-«идеала». При этом традиционно [4,7] используется следующая методика. Координаты точки, соответствующей объекту-«идеалу», выбираются из соотношения

$$u_i^* = \begin{cases} \max\limits_j \{z_{ij}\}, & i \in E_+, \\ \min\limits_j \{z_{ij}\}, & i \in E_-, \quad i = 1,2,\ldots m. \end{cases} \tag{10}$$

Теперь в качестве меры оценки качества объектов можно использовать расстояние между точкой в факторном пространстве Φ_m, соответствующей произвольному, например, j-му объекту, и точкой, задающей «идеальный» объект. Естественно, целесообразность использования конкретного объекта тем выше, чем это расстояние меньше. Для расчета этого расстояния R_{j0} можно использовать меры, вычисляемые в различных метриках. Из них наиболее употребительными являются следующие [7,8].

1. Расстояние Минковского

$$R_{j0}^{(1)} = \left(\sum_{i=1}^{m} \left| z_{ij} - u_i \right|^p \right)^{\frac{1}{p}}, \quad j = 1,2,\ldots,n. \tag{11}$$

В частном случае, когда $p = 2$, получаем обычную евклидову метрику. Если $p = 1$, то формула (11) дает так называемое вариационное расстояние Колмогорова (или манхэттенское расстояние).

2. Расстояние Сангхви

$$R_{j0}^{(2)} = \sum_{i=1}^{m} \frac{\left(z_{ij} - u_i\right)^2}{z_{ij} + u_i}, \quad j = 1,2,\ldots,n.$$

В обоих соотношениях, чем меньше величина R_{j0}, тем выше качество объекта.

Мера качества объекта (11) может быть сделана более адекватной, если учесть различия в важности показателей, рассчитываемых по методике, изложенной выше. Такая мера называется расстоянием Махаланобиса и вычисляется по формуле

$$Q_{j0} = \left(\sum_{i=1}^{m} v_i \left(z_{ij} - u_i\right)^p \right)^{\frac{1}{p}}.$$

В частном случае, когда $p = 2$, получаем

$$Q_{j0} = \left(\sum_{i=1}^{m} v_i \left(z_{ij} - u_i\right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad j = 1,2,\ldots,n. \tag{12}$$

Покажем, что использование и учет весовых коэффициентов позволяет более правильно выбрать объект, наиболее близкий к объекту-«идеалу».

Пусть, для простоты, объекты A и B характеризуются двумя показателями, причем координаты объекта A в двумерном пространстве определяются вектором (a,b), координаты объекта $B-(b,a)$, а координаты объекта-«идеала» C равны (c,c). Вычислим расстояния от объектов A и B до объекта C в обычной метрике

$$R_{AC}=\sqrt{(c-a)^2+(c-b)^2},$$
$$R_{BC}=\sqrt{(c-b)^2+(c-a)^2}.$$

Очевидно, $R_{AC}=R_{BC}$.

Введем теперь весовые коэффициенты v_1 и v_2, оценивающие важности показателей, причем пусть $v_1>v_2$. Предположим далее, что $|c-a|<|c-b|$. Это означает, что объект A ближе к объекту-«идеалу» по первой координате, а объект B – по второй.

Рассчитаем теперь расстояние Махаланобиса по формуле (12). Получим

$$Q_{AC}=\sqrt{v_1(c-a)^2+v_2(c-b)^2},\ Q_{BC}=\sqrt{v_1(c-b)^2+v_2(c-a)^2}.$$

Вычислим теперь величину

$$d=Q_{AC}^2-Q_{BC}^2=v_1(c-a)^2+v_2(c-b)^2-v_1(c-b)^2-v_2(c-a)^2=$$
$$=(v_1-v_2)(c-a)^2-(v_1-v_2)(c-b)^2=(v_1-v_2)\left[(c-a)^2-(c-b)^2\right].$$

В соответствии со сделанным выше предположением, число, стоящее в квадратных скобках, отрицательно. Следовательно, $Q_{AC}^2<Q_{BC}^2$ или $Q_{AC}<Q_{BC}$. Последнее означает, что объект A в метрике, учитывающей различия в важности показателей, находится ближе к объекту-«идеалу», нежели объект B. Это является прямым следствием того, что объект A ближе к объекту C по более важному показателю, чем это имеет место для объекта B.

Отметим, что описанные выше стандартные подходы в задаче скаляризации не эквивалентны, то есть если объект A «лучше» объекта B с точки зрения средневзвешенного показателя, то он не обязательно ближе к «идеалу». Для иллюстрации рассмотрим простейший пример.

Пусть объекты A и B имеют соответственно координаты $(a_1,a_2),(b_1,b_2)$, весовые коэффициенты равны v_1 и v_2 и, кроме того, известно, что $a_1<b_1$, $a_2>b_2$ и все показатели относятся к E_+.

При этом

$$S_A^{(1)} = v_1 a_1 + v_2 a_2 , \quad S_B^{(1)} = v_1 b_1 + v_2 b_2 .$$

Рассчитаем координаты объекта-«идеала»:

$$\boldsymbol{U} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \max\{a_1, b_1\} = b_1 \\ \max\{a_2, b_2\} = a_2 \end{pmatrix}.$$

Тогда в евклидовой метрике

$$R_{A0} = \left[v_1 (c_1 - a_1)^2 + v_2 (c_2 - a_2)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[v_1 (b_1 - a_1)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = v_1^{\frac{1}{2}} (b_1 - a_1),$$

$$R_{B0} = \left[v_1 (c_1 - b_1)^2 + v_2 (c_2 - b_2)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[v_2 (a_2 - b_2)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = v_2^{\frac{1}{2}} (a_2 - b_2).$$

Теперь, объект A «лучше» объекта B по средневзвешенному показателю, если

$$S_A^{(1)} - S_B^{(1)} = v_1 (a_1 - b_1) + v_2 (a_2 - b_2) = v_2 (a_2 - b_2) - v_1 (b_1 - a_1) > 0 . \qquad (13)$$

С другой стороны, объект A «лучше» объекта B по степени близости к объекту-«идеалу», если

$$R_{B0} - R_{A0} = v_2^{\frac{1}{2}} (a_2 - b_2) - v_1^{\frac{1}{2}} (b_1 - a_1) > 0 . \qquad (14)$$

Неравенства (13) и (14) не эквивалентны. Например, если $a_1 = 4$, $a_2 = 8$, $b_1 = 6$, $b_2 = 4$, $v_1 = 3$, $v_2 = 1$, то $\mathrm{S}_A^{(1)} = 20$, $\mathrm{S}_B^{(1)} = 22$, то есть B «лучше» A, но $R_{A0} = 2\sqrt{3}$, $R_{B0} = 4$, то есть A «лучше» B.

Непосредственным подсчетом легко показать, что при других значениях коэффициентов d_1, d_2 характер предпочтения может измениться. Это обстоятельство делает актуальной проблему установления правильного и возможно более точного соотношения между оценками важности факторов.

Наконец, анализируемые способы скаляризации неравноценны и с точки зрения другой системной характеристики совокупности факторов, определяющих перспективность, полезность, эффективность выбираемого направления деятельности-чувствительности результирующей ошибки к погрешностям исходных данных.

Чувствительность – это мера зависимости системных характеристик от возможных вариаций элементов. Численная оценка этой меры определяется соотношением

$$\eta = \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial H}{\partial v_i} dv_i ,$$

где H – системная характеристика объекта.

Определим чувствительность системной характеристики (скалярная оценка уровня привлекательности направления деятельности) к возможным ошибкам в оценки важности частных характеристик (влияющих факторов).

Имеем

$$H_1 = \sum_{i=1}^{m} v_i r_i , \quad H_2 = \left[\sum_{i=1}^{m} v_i \left(r_i - r_i^{(0)} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} .$$

Тогда

$$\eta_1 = \sum_{i=1}^{m} r_i dv_i ; \tag{15}$$

$$\eta_2 = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^{m} v_i \left(r_i - r_i^{(0)} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \left[\sum_{i=1}^{m} \left(r_i - r_i^{(0)} \right)^2 dv_i \right] = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m} \frac{\left(r_i - r_i^{(0)} \right)^2 dv_i}{\left[\sum_{i=1}^{m} v_i \left(r_i - r_i^{(0)} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} . \tag{16}$$

Пусть

$$i_0 = \arg \max_i \{ v_i \} .$$

При этом для η_2 можно получить следующую оценку:

$$\eta_2 \cong \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m} \frac{\left(r_i - r_i^{(0)} \right)^2 dv_i}{v_{i_0}^{\frac{1}{2}} \left(r_{i_0} - r_{i_0}^{(0)} \right) \left(1 + \frac{1}{2} \sum_{i \neq i_0}^{m} \frac{v_i}{v_{i_0}} \frac{\left(r_i - r_i^{(0)} \right)^2}{\left(r_{i_0} - r_{i_0}^{(0)} \right)^2} \right)} < \sum_{i=1}^{m} \frac{\left(r_i - r_i^{(0)} \right)^2 dv_i}{v_{i_0}^{\frac{1}{2}} \left(r_{i_0} - r_{i_0}^{(0)} \right)^2} < \sum_{i=1}^{m} r_i dv_i = \eta_1 .$$

Таким образом, системная характеристика объекта, связанная с расчетом близости к объекту-«идеалу», менее чувствительна к ошибкам оценки важности влияющих факторов, нежели средневзвешенное значение этих факторов.

Выводы. Проведен анализ традиционных технологий расчета системных характеристик объектов, определяемых совокупностью их частных характеристик и использующих известные приемы скаляризации векторного критерия качества объекта. Подтверждено, что эти системные характеристики не эквивалентны. Показано, что скалярный критерий - близость к объекту-«идеалу» менее чувствителен к погрешностям в оценке важности частных характеристик, чем средневзвешенное значение частных критериев качества объекта.

Список литературы: **1.** *Бешелев С. Д.* Экспертные оценки / *С. Д. Бешелев, Ф. Г. Гурвич.* – Экспертные оценки. – М. : Наука, 1973, – 168 с. **2.** *Глотов В. А., Павельев В. В.* Экспертные методы определения весовых коэффициентов / *В. А. Глотов, В. В. Павельев* // Автоматика и телемеханика. – 1976. № 12. – С. 95-107. **3.** *Кини Р. Л., Райфа Х.* Принятие решения при многих критериях. / *Р. Л. Кини, Райфа Х.* – М. : Радио и связь, 1981. – 212 с. **4.** *Подиновский В. В.* Многокритериальные задачи принятия решений. – М. : Машиностроение, 1978. – 198 с. **5.** *Бережная Е. В., Бережной В. И.* Математические методы моделирования экономических систем. – М. : Финансы и статистика, 2001. – 263 с. **6.** *Гмурман В. Е.* Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: «Высш. школа», 1972. – 368с. **7.** *Макаров И. М., Виноградская Т. М., Рубчинский А. А., Соколов В. Б.* Теория выбора и принятия решения. – М. : Наука, 1982. – 312 с. **8.** *Айвазян С. А., Бухштабер В. М., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д.* Прикладная статистика. Классификация и снижение размерности. – М. : Финансы и статистика, 1989. – 518 с

Надійшла до редколегії 05.11.2013

УДК 658.012

Экономико-математическая модель задачи выбора стратегических направлений деятельности предприятия / Т. И. Каткова // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Системний аналіз, управління та інформаційні технології. – Х. : НТУ «ХПІ», 2013. – № № 62 (1035). – С. 92–104. – Бібліогр.: 8 назв.

Проведено аналіз традиційних прийомів скаляризації векторного критерію якості об'єкта: середньозважене значень складових вектора приватних характеристик об'єкта і близькість до об'єкта-«ідеалу». Показано, що ці скалярні критерії не еквівалентні. Розглянуто задачу оцінки чутливості значень цих скалярних критеріїв до помилок в оцінці важливості приватних характеристик.

Ключові слова: стратегічні напрями, математичні моделі, вибір переваг, скаляризація векторного критерію.

The analysis of the traditional methods of quality criteria scalarization the vector object: the weighted average values of the vector components of the particular characteristics of the object and its proximity to the object-"ideal". Demonstrated that these criteria are not scalar equivalent. The problem of estimating the sensitivity of the values of these scalar criteria to errors in assessing the importance of particular characteristics.

Keywords: strategic directions, mathematical models, the choice of preference, scalarization vector criterion.